ROMÂNIA

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI TINERETULUI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARGEȘ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
EDIȚIA 2009
FAZA LOCALĂ

CLASA A XI-a
VARIANTA 1

Subiectul 1 :

Se dă funcția $f:(0,\infty)\to R$, $f(x)=\frac{1}{x}$. Pe graficul funcției f se iau punctele $A_n(n,f(n))$, $n\in N^*$. Se notează cu s_n aria triunghului $A_nA_{n+1}A_{n+2}$, $n\in N^*$

Să se demonstreze că șirul (S_n) , $S_n=\sum_{k=1}^{n}s_k$ este convergent.

Marian Teler, profesor Costești

Subiectul 2 :

a) Se consideră numerele naturale prime p și q și A,B$\in M_n(R)$ două matrici care verifică relația : pqAB=pA+qB.
Arătați că AB=BA.

b) Fie funcțiile f,g:(0,e²)→R, $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & x\in(0,1)\\ 1+\sqrt{x} & x\in[1,e^2)\end{cases}$, $g(x)=\frac{f(\ln(1+x^2))}{\ln(1+f(x^2))}$.
Să se determine mulțimea punctelor de discontinuitate ale lui g.

***

Subiectul 3 :

Să se rezolve ecuația matricială $X^n=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$, $X\in M_3(R), n\in N$, impar.

***

Subiectul 4 :

Fie $A\in M_2(R)$ cu proprietățile $det(A-3\cdot I_2)=4$ și $det(A+2\cdot I_2)=9$.
Să se determine $(A-I_2)^n$ pentru $n\in N$, $n\geq 2$.

I.Ș.J. Argeș

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru : 3 ore

B-dul. Eroilor 4-6, Pitești - 110417; Tel: (+40 248) 218.319;
Fax: (+40 248) 219.743 http://ag.edu.ro